

Чередование

В этих задачах необходимо находить какие-то состояния, которые будут чередоваться. Чередоваться могут четные и нечетные числа, числа большие и числа маленькие, черные и белые клетки, мальчики и девочки. В том случае, если чередуются какие-то два состояния, то всегда можно сказать, какое именно состояние будет на конкретном месте или шаге, это зависит только от четности этого места или шага. Так что можно считать, что все эти задачи на самом деле про четность — одну из самых популярных кружковских тем.

Задача 18.1. Петя и Витя играют в такую игру. На столе лежат 2 монеты орлом вверх. Петя закрывает глаза, а Витя переворачивает несколько раз эти монеты (по одной), говоря при каждом переворачивании «Хоп!» (можно переворачивать одну и ту же монету несколько раз). После этого Витя накрывает одну из монет рукой, а Петя открывает глаза и, взглянув на стол, отгадывает, как лежит накрытая Витей монета — орлом вверх или орлом вниз. Как Петя это делает?

Задача 18.2. У куба отмечены вершины и центры граней, а также проведены диагонали всех граней. Можно ли по отрезкам этих диагоналей обойти все отмеченные точки, побывав в каждой из них ровно один раз?

Задача 18.3. В интернате десять жилых комнат. Жители этих комнат просыпаются по очереди. Если дверь их комнаты на месте, то они снимают дверь какой-то другой комнаты и уносят ее в подвал. Если же дверь их комнаты унесена, то они забирают из подвала любую дверь и вешают ее на место своей. Могло ли в подвале оказаться ровно 5 дверей, после того, как все проснулись? Какое наибольшее количество дверей могло оказаться в подвале после того, как все проснулись?

Задача 18.4. Fifteen positive integers are written in a circle. We know that within any two adjacent numbers one can be divided by the other. Prove the existence of two non-adjacent numbers with the same property.

Задача 18.5. Саша, Боря и Игорь участвовали в забеге. Игорь задержался на старте и выбежал последним, а Боря — вторым. Во время бега Игорь шесть раз менялся местами с другими участниками, а Саша пять раз. Боря финишировал раньше Саши. В каком порядке финишировали спортсмены?

Задача 18.6. Петя вынимает из мешка чёрные и красные карточки и складывает их в две стопки. Класть карточку на другую карточку того же цвета запрещено. Десятая и одиннадцатая карточки, выложенные Петей, — красные, а двадцать пятая — чёрная. Какого цвета двадцать шестая выложенная карточка?

Задача 18.7. 517 delegates of four races — men, elves, dwarves and goblins — are sitting around a table. Men never sit next to goblins, while elves never sit next to dwarves. Prove that there are two delegates from one race sitting side by side.

Задача 18.8. У племени семпоальтеков было 24 слитка золота, 26 редких жемчужин и 25 стеклянных бус. У Кортеса они могут обменять слиток золота и жемчужину на одни бусы, у Монтесумы — один слиток и одни бусы на одну жемчужину, а у тотонаков — одну жемчужину и одни бусы на один золотой слиток. После долгих обменов у семпоальтеков осталось только одна вещь. Какая?

Задача 18.9. 15 жителей Изумрудного города стоят по кругу. Каждый из них надел цветные очки — всего в этих очках по 10 зеленых, розовых и голубых стекол (левое и правое стекла могут быть и разного цвета). Каждый из стоящих в круге заметил, что

ни одно из стекол в его очках не совпадает по цвету ни с одним из стекол в очках его правого соседа. Какое максимальное число из этих 15 очков может иметь разноцветные стекла?

Задача 18.10. Три кузнечика на прямой играют в чехарду: каждую секунду один из них прыгает через какого-то другого (но не через двух). Могут ли они через 111 секунд вернуться на свои места?

