Решения

Задача 19.1. Чтобы ТИГР было как можно меньше, попробуем взять $\text{Т} = 1$, поскольку ТИГР при других значениях Т заведомо будет больше. Далее заметим, что если $\text{И} = 2$, то С также должно равняться 2, что невозможно. Поэтому И не меньше 3, возьмем $\text{И} = 3$, чтобы ТИГР был как можно меньше. В этом случае $\text{С} = 2$, а наименьшее возможное значение у числа ТИГР равно 1345. Осталось показать, что в этом случае решение ребуса существует. Значения оставшихся букв несложно однозначно восстанавливить: $1386 + 1345 = 2731$.

Задача 19.2. Число EDCBA делится на 4, поэтому цифра A является четной. Поскольку $\text{ABCDE} \cdot 4$ является числом пятизначным, то A не превосходит двух. Получаем, что $\text{A} = 2$, а число EDCBA начинается с цифры 8 или 9. Тогда произведение $\text{ABCDE} \cdot 4$ оканчивается на 2, а это возможно только в случае $\text{E} = 8$.

Поскольку $\text{A} \cdot 4 = \text{E}$, то $\text{B} \cdot 4 < 10$, B не превосходит 2. С другой стороны при умножении ABCDE на 4 из разряда единиц в разряд десятков переносится 3, поэтому в разряде десятков на месте B должна стоять нечетная цифра, значит, $\text{B} = 1$. Тогда произведение $\text{D} \cdot 4$ должно оканчиваться цифрой 8, что возможно только при $\text{D} = 2$ или $\text{D} = 7$. Поскольку цифра 2 обозначена буквой A, то $\text{D} = 7$.

Получаем равенство $21\text{C}78 \cdot 4 = 87\text{C}12$, из которого $\text{C} \cdot 4 + 3 = 30 + \text{C}$, $\text{C} = 9$. Окончательно получаем: $21978 \cdot 4 = 87912$.

Задача 19.3. Поскольку и в разряде десятков, и в разряде единиц складываются две буквы С, но последние две цифры суммы различны, то С не менее 5. В разряде сотен сумма двух О и единицы из предыдущего разряда дает на конце О. Отсюда $\text{О} + 1 = 10$, $\text{О} = 9$. Для С остаются значения 5, 6, 7, 8, переберем их.

Если $\text{С} = 5$, то получим $\text{К}1955 + \text{К}1955 = 53910$, значение К найти невозможно.

Если $\text{С} = 6$, то получим $\text{К}3966 + \text{К}3966 = 67932$, К должно равняться 3, но эта цифра уже заменена буквой Р.

Если $\text{С} = 7$, то однозначно восстанавливается решение $35977 + 35977 = 71954$.

Наконец, если $\text{С} = 8$, то получим $\text{К}7988 + \text{К}7988 = 84976$, значение К найти невозможно.

Получаем, что ребус имеет единственное решение $35977 + 35977 = 71954$.

Задача 19.4. Разность между двумя соседними числами в последовательности (из большего вычитается меньшее) будем называть приращением. Очевидно, что каждое последующее число в последовательности больше предыдущего, в противном случае в последовательности встретились бы одинаковые числа. Поскольку первое число однозначное, а второе — двухзначное, то приращение меньше 100. Отсюда можно однозначно восстановить первые цифры трехзначных чисел: $\text{D} = 1$, $\text{C} = 2$, $\text{E} = 3$, последовательность примет вид $\text{A}, \text{B}2, 13\text{F}, 2\text{GH}, 2\text{B}3, 3\text{KG}$. Заметим, что трижды прибавив приращение к числу B2, мы получим число 2B3. Разность этих чисел равна 201, а потому приращение равно 67. Чтобы на конце второго числа получилось 2, первое число A может быть только 5. Отсюда, зная приращение, несложно восстановить исходную последовательность: 5, 72, 139, 206, 273, 340.

Задача 19.5. Заметим, что всего в числах МИХАЙЛО и ЛОМОНОСОВ используется десять различных букв. Поэтому хотя бы одна из этих букв заменяет ноль. Тогда произведение цифр одного, а значит, и другого числа равно нулю, поэтому ноль присутствует в каждом из чисел. Есть только три буквы, присутствующие в обоих словах одновременно: М, Л и О. Одна из них должна обозначать ноль. Это не может быть М или Л, поскольку они обозначают первые цифры в числах. Значит, ноль обозначен буквой О. Получаем, что число МИХАЙЛО оканчивается на ноль, а потому является четным.

Задача 19.6. Из условия следует, что $\text{КИС} \cdot 6 = \text{ГАВ}$, поэтому К может равняться только 1. Также из данного равенства можно сделать вывод, что С не может быть четным, поскольку в этом случае КИС и ГАВ будут оканчиваться на одинаковую цифру. Посмотрим теперь на равенство $\text{КИС} \cdot 3 = \text{МЯУ}$. Если $\text{С} = 5$, то У также должно равняться 5, что невозможно. Если же $\text{С} = 7$, то $\text{У} = 1$, что также невозможно. Для С остается два возможных варианта: она может равняться 3 или 9. В этих случаях получаем (из равенства $\text{КИС} \cdot 6 = \text{ГАВ}$), что В может равняться 8 или 4, в любом случае $\text{ВАУ} > 400$. Поскольку $\text{К} = 1$, то $\text{КИТ} < 200$ и $\text{КИТ} + \text{КИТ} < \text{ВАУ}$.

Задача 19.7. Поскольку разными буквами обозначены разные цифры, то $\text{ДУБ} \geqslant 102$, а $\text{РОЩА} \leqslant 9876$. $9876 : 102 = 96{,}8\ldots$, поэтому «дубов» в «роще» не больше 96. Но 96 «дубов» быть не может, поскольку в произведениях

$$102 \cdot 96 = 9792, \quad 103 \cdot 96 = 9888, \quad 104 \cdot 96 = 9984$$

присутствуют одинаковые цифры, соответствующие разным буквам, а $105 \cdot 96 > 10000$. А вот 95 «дубов» уже может быть, если $\text{ДУБ} = 103$, а $\text{РОЩА} = 9785$.

Задача 19.8. Для удобства дальнейших рассуждений пронумеруем некоторые буквы в примере следующим образом:

$$\begin{array}{r} \times\ \text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2 \\ \text{Ч}_3\text{Ч}_4 \\ \hline +\ \text{Ч}_5\text{Н}_2\text{Ч}_6\text{Ч}_7 \\ \text{Ч}_8\text{Н}_3\text{Ч}_9\phantom{\text{Ч}} \\ \hline \text{Н Н Ч Ч} \end{array}$$

При умножении $\text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2$ на Ч_3 получается трехзначное число, поэтому Н_1 меньше 5. При умножении $\text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2$ на Ч_4 результат получается больше 2000, поэтому Н_1 не может равняться 1. Остается единственный вариант $\text{Н}_1 = 3$, тогда $\text{Ч}_3 = 2$, $\text{Ч}_5 = 2$. Поскольку $300 \leqslant \text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2 < 400$, то $600 \leqslant \text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2 \cdot \text{Ч}_3 < 800$, откуда $\text{Ч}_8 = 6$, а $\text{Ч}_1 \leqslant 4$.

Посмотрим теперь на произведение $\text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2 \cdot \text{Ч}_4 = \text{Ч}_5\text{Н}_2\text{Ч}_6\text{Ч}_7$. Как было установлено ранее, первый множитель меньше 350, а произведение не меньше 2100, поэтому $\text{Ч}_4 = 8$, и второй множитель в примере равен 28. Цифра Ч_1 не может равняться 0, в противном случае цифра Н_2 была бы равна 4. Поэтому для Ч_1 остается два варианта: 2 или 4.

При умножении числа $\text{Н}_1\text{Ч}_1\text{Ч}_2$ на 2 в разряде десятков получается нечетная цифра, поэтому $\text{Ч}_2 > 5$. Получаем, что первый множитель примера может быть равен 326, 328, 346 или 348. Умножая эти числа на 28, находим единственное возможное решение $348 \cdot 28 = 9744$.

Задача 19.9. Перепишем равенство из условия в виде

$$4 \cdot (\text{BOY} \cdot 1000 + \text{MAD}) = 9 \cdot (\text{MAD} \cdot 1000 + \text{BOY}).$$

После раскрытия скобок и упрощения будем иметь $3991 \cdot \text{BOY} = 8996 \cdot \text{MAD}$. Сокращая обе части равенства на 13, получим $307 \cdot \text{BOY} = 692 \cdot \text{MAD}$. Числа 307 и 692 взаимно просты (число 307 является простым), значит BOY делится на 692, а потому может равняться только 692. Отсюда MAD должно равняться 307, а искомые числа — это 692307 и 307692.

Задача 19.10. Перепишем равенство в виде

$$\text{ПЕТР} \cdot (\text{ИВАН} \cdot 100 + \text{ОВ}) - \text{ИВАН} \cdot (\text{ПЕТР} \cdot 100 + \text{ОВ}) = 2009.$$

Упростив, получим $(\text{ПЕТР} - \text{ИВАН}) \cdot \text{ОВ} = 2009$. Видим, что ОВ является делителем числа 2009. 2009 раскладывается в произведение простых множителей как $7 \cdot 7 \cdot 41$. Из данного разложения понятно, что 2009 имеет только два двузначных делителя: 41 и 49. Поэтому ОВ может равняться только одному из этих двух чисел. В любом случае $\text{О} = 4$.