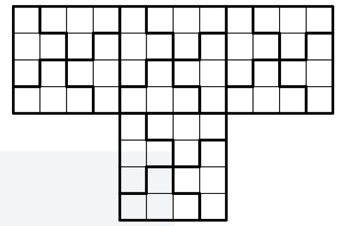
Решения

Задача 19.1. Девочке, которая ходит в детский сад, 5 лет. Поэтому Мише не меньше 8 лет, а Ане — 13 или 15. Поскольку 15 в сумме с любым из остальных трех чисел не будет делиться на 3, то Ане 13 лет. Тогда Мише может быть только 8 лет. Поскольку сумма возрастов Ани и Жени должна делиться на 3, то Жене может быть только 5 лет. Значит, Женя является девочкой, ходящей в детский сад.



Задача 19.2. Из четырех фигурок можно сложить квадрат, а из четырех квадратов — большую фигуру в форме буквы «Т», как показано на рисунке.

Задача 19.3. Предположим, что Сэм посчитал все верно. Рассмотрим граф, вершинами которого являются школьники. (Информацию про графы можно посмотреть в решениях 17 занятия). Вершины будут соединены ребром, если соответствующие им школьники до похода были знакомы друг с другом. В таком графе будет 11 вершин, из каждой вершины будет выходить 3 ребра (другими словами, степень каждой вершины будет равна 3). Тогда общее количество концов ребер (сумма степеней вершин) будет равно $11 \cdot 3 = 33$. Поскольку у каждого ребра два конца, то ребер должно быть вдвое меньше. Но 33 пополам не делится, поэтому Сэм где-то ошибся.

Задача 19.4. Чтобы склеить 9 кубиков в виде квадрата 3×3, необходимо 12 капелек клея. Куб можно склеить из трех таких квадратов-слоев, для чего между двумя соседними слоями необходимо нанести 9 капелек клея. Поэтому на изготовление куба было потрачено $12 \cdot 3 + 9 \cdot 2 = 54$ капельки клея.

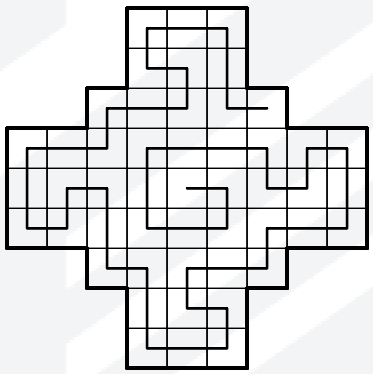
Если перевести задачу на язык графов, то вычисления можно провести иначе. Рассмотрим граф, вершинами которого являются кубики. Ребром будем соединять вершины в том случае, если соответствующие этим вершинам кубики склеены друг с другом. В этом случае мы получим 1 вершину степени 6 (центральный кубик), 6 вершин степени 5 (кубики, находящиеся в центрах граней), 12 вершин степени 4 (кубики, примыкающие к центрам ребер большого куба) и 8 вершин степени 3 (угловые кубики). Сумма степеней вершин равна

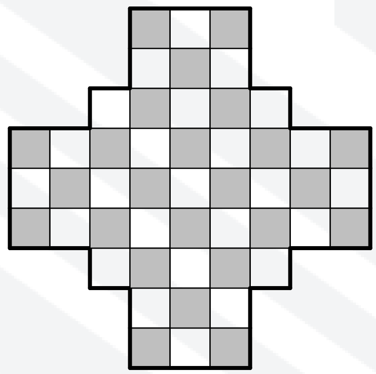
$$6 \cdot 1 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 12 + 3 \cdot 8 = 108.$$

Поскольку количество ребер в два раза меньше суммы степеней вершин, то их количество, как и количество потраченных капелек клея, равно $108 : 2 = 54$.

Задача 19.5. **а)** Один из возможных способов обхода доски изображен на рисунке.

б) Раскрасим клетки доски в черный и белый цвет в шахматном порядке так, как изображено на рисунке. При движении по доске белые и черные клетки должны чередоваться. Если начать в самой правой клетке верхней горизонтали, которая имеет черный цвет, то при движении по доске будет пройдено либо одинаковое количество белых и черных клеток, либо на одну больше черных клеток, чем белых. Но всего на доске 24 черных клетки и 25 белых, а потому обойти требуемым образом всю доску не получится.



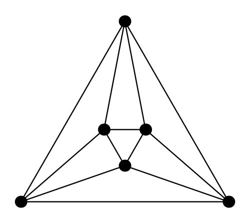


Задача 19.6. В десятичной записи этого числа сначала стоит цифра 1, потом 2017 нулей и цифра 8 на конце. Сумма цифр данного числа равна 9, а потому оно делится на 9 согласно признаку делимости.

Задача 19.7. Из условия следует, что батон колбасы содержит либо два куска пса и еще 300 г, либо два куска кота и еще 500 г. Поэтому два батона колбасы содержат два куска пса, два куска кота и еще 800 г. Уменьшая это вдвое, получим, что батон колбасы содержит кусок кота, кусок пса и еще 400 г. Значит, если кот и пес откусят свои куски, то от батона останется 400 г.

Задача 19.8. Произведения ШЕ $\cdot$ СТЬ и СЕ $\cdot$ МЬ оканчиваются на одну и ту же цифру, а тогда правая и левая части равенства оканчиваются на разные цифры. Значит, заменить буквы цифрами и получить верное равенство невозможно.

Задача 19.9. Возможный способ соединения точек изображен на рисунке.



Задача 19.10. Да, это возможно. Из пары $(1, 2)$ можно получить пару $(1, 7)$ путем прибавления 1. Далее, из этой пары можно получить $(2017, 7)$,

прибавив 288 раз 7 к числу 1. Затем, прибавляя к числу 7 сумму цифр числа 2017, которая равна 10, сможем сделать оба числа равными 2017.