

Разложение на простые множители

Разложение чисел на простые множители очень часто используется при решении задач. В этом занятии собраны задачи, решение которых вряд ли возможно без размышлений о разложении чисел на простые множители.

Задача 21.1. Верно ли, что если четырехзначное число не делится ни на одно простое число от 2 до 97, то оно само простое?

Задача 21.2. Определите, на какую наибольшую натуральную степень числа 1001 делится $1001!$ (Число $1001!$ равно произведению всех натуральных чисел от 1 до 1001 и называется факториалом числа 1001.)

Задача 21.3. Найдите наименьшее натуральное число, половина которого — квадрат, треть — куб, а пятая часть — пятая степень.

Задача 21.4. При делении простого числа на 60 остаток оказался равен составному числу. Найдите это число.

Задача 21.5. На доске записаны числа 20 и 100. Разрешается дописать на доску произведение любых двух имеющихся на ней чисел. Можно ли такими операциями когда-нибудь получить на доске число $50 \dots 0$ (2018 нулей)?

Задача 21.6. Можно ли записать по кругу 2017 натуральных чисел так, чтобы отношение любых двух соседних чисел (большее делится на меньшее) было равно простому числу?

Задача 21.7. На доске было записано 17 двузначных чисел. Одно из них возвели в сотую степень. Оказалось, что полученное число делится на каждое из оставшихся шестнадцати. Верно ли, что оно делится и на их произведение?

Задача 21.8. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?

Задача 21.9. Придумайте 10 таких натуральных чисел, что ни одно из них не делится на любое другое, а произведение любых двух делится на любое из оставшихся.

Задача 21.10. Сколько делителей у числа 10800?