Решения

Задача 20.1. Заметим, что из трех первых высказываний не более одного верного. При этом все три высказывания ложными быть не могут, поскольку в этом случае соврали и все остальные божьи коровки, а тогда высказывание первой божьей коровки являлось бы правдивым. Значит, из первых трех божьих коровок соврали ровно две, а все остальные божьи коровки на полянке сказали правду. Высказывание первой божьей коровки не может быть верным, поскольку оно бы означало, что все божьи коровки правдивые. Верным является высказывание либо второй, либо третьей божьей коровки, поэтому точек на спинах у всех либо 26, либо 30. У двух лгущих суммарно на спинах 8 точек, поэтому у всех правдивых либо 18, либо 22 точки на спинах. Понятно, что возможен только первый вариант. Значит, божьих коровок всего было пять: три правдивых и две лживых.

Задача 20.2. Предположим, что первый кандидат соврал, и до его высказывания количество ложных утверждений не равнялось 1. Тогда вместе с его ложным утверждением это количество не равно 2, а потому и второй кандидат соврал. Стало быть, к моменту высказывания третьего количество ложных утверждений не равно 3, а потому и третий кандидат соврал. Продолжая эти же рассуждения дальше, получим, что все кандидаты соврали, что невозможно по условию. Значит, первый кандидат сказал правду, на момент его высказывания соврали ровно один раз. Но тогда второй кандидат соврал, следовательно к моменту высказывания третьего количество ложных высказываний равно 2, а потому и третий кандидат соврал. Продолжая рассуждения далее, выясним, что и все остальные кандидаты соврали. Поэтому одно ложное утверждение было сделано до высказывания первого, а также потом от 11 кандидатов, суммарно 12 раз.

Задача 20.3. Предположим, что Женя — мальчик. Тогда Женя сказал правду Мише и он легче Саши. Поэтому Саша — мальчик. Миша сказал правду Саше и он легче Вали. Валя тогда тоже мальчик. Получается, что Саша врет Вале, что невозможно. Приходим к противоречию, и Женя — девочка. Из высказывания Жени Мише получаем, что Саша тоже девочка и она легче Жени. Поэтому высказывание Саши Вале правдивое, а потому Валя тоже девочка.

Задача 20.4. Предположим, что за столом сидит эльф. Он каждый раз утверждает, что его правый сосед врет, а потому его правым соседом является гоблин. Из утверждений же гоблина следует, что его правый сосед всегда говорит правду, а значит, является эльфом. Получаем, что если за столом сидит эльф или гоблин, то все сидящие за столом являются эльфами и гоблинами, а их количество обязательно четно (иначе они не смогут чередоваться). Теперь рассмотрим случай, когда один из сидящих за столом — хоббит. Поскольку он говорит через раз то правду, то ложь, то его правый сосед попеременно то врет, то говорит правду, а потому является хоббитом. По тем же самым соображениям его правый сосед также является хоббитом, стало быть все за столом являются хоббитами. Чтобы у каждого из них была возможность попеременно говорить правду и ложь, их количество должно быть нечетным. Получаем, что в случае девяти жителей все они хоббиты, а в случае десяти — пять эльфов и пять гоблинов.

Задача 20.5. В парах фраз

«Это Вы, Петр Иванович, первый сказали „Э!“» и «А все-таки, это Вы первый сказали „Э!“»;

«Это Вы первый семгу заказали» и «Что я семгу первый заказал, это верно»;

«А у меня во рту зуб со свистом» и «И верно, что у Вас зуб со свистом»

верны либо обе, либо ни одной. Поэтому среди них четное число верных. В паре фраз

«Вы сами так говорили» и «Нет, Петр Иванович, я так не говорил»

верна ровно одна. Поэтому единственная не рассмотренная нами еще фраза «Вы и сказали „Э!“» должна быть верной, чтобы общее число верных фраз было четным. Значит, первым „Э!“сказал Бобчинский.

Задача 20.6. Каждый джентльмен говорит одну из двух фраз ровно 49 другим джентльменам. Если у джентльмена четное число знакомых, то фразу «У меня четное число знакомых в этой компании» он скажет четное число раз. Если же у джентльмена нечетное число знакомых, то фразу «У меня четное число знакомых в этой компании» он будет говорить всем незнакомым, а потому также скажет четное число раз. Поэтому данная фраза в итоге не могла быть произнесена 2017 раз.

Задача 20.7. Представители одной из партий заведомо составляют большинство в парламенте, все представители этой партии говорили правду, а все представители другой партии обманывали. Если в парламенте синие составляют большинство, то ни один из них не мог выступать после красного, поэтому сначала выступили все синие, а потом — красные. Но в этом случае первый выступивший красный должен был сказать правду, что невозможно. Значит, большинство в парламенте составляют красные, они говорили правду, а синие обманывали. В этом случае не могли выступать ни двое красных подряд, ни двое синих, выступления красных и синих обязательно чередовались. Чтобы при этом красных было большинство, первый выступавший должен быть красным.

Задача 20.8. Обозначим индийцев, пьющих чай, индийцев, пьющих кофе, турок, пьющих чай и турок, пьющих кофе, по первым буквам как ИЧ, ИК, ТЧ и ТК соответственно. По ответам на первые два вопроса можно составить уравнения $\text{ТЧ} + \text{ТК} = 44$ и $\text{ИК} + \text{ТК} = 33$. Из этих равенств $\text{ТЧ} - \text{ИК} = 11$, числа ТЧ и ИК разной четности. На последний вопрос утвердительно отвечают либо ИЧ и ТК, либо ИК и ТЧ, их 22 человека. Второй случай невозможен, поскольку числа разной четности в сумме дают число нечетное. Поэтому $\text{ИЧ} + \text{ТК} = 22$, а тогда $\text{ТЧ} + \text{ИК} = 33$. Зная сумму и разность чисел ТЧ и ИК, находим, что $\text{ТЧ} = 22$, $\text{ИК} = 11$. Из остальных равенств получаем $\text{ТК} = 22$, $\text{ИЧ} = 0$. Значит, в кофейне нет индийцев, пьющих чай.

Задача 20.9. Пронумеруем людей, и спросим у первого из них, является ли второй идиотом. Если ответ будет «Да», то вне зависимости от того, нормальный отвечающий или идиот, третий человек точно нормальный. Если же ответ будет «Нет», то можно утверждать, что второй человек нормальный. С помощью первого вопроса мы однозначно определили одного нормального. Задав ему вопрос, является ли идиотом первый, мы поймем, кем являются оставшиеся двое.

Задача 20.10. Можно записать любой вопрос, на который верным является ответ «Да». По ответу на этот вопрос можно сразу определить всех «баллов» и их любимую руку: только правши из данного племени будут всегда отвечать утвердительно, а левши — всегда отрицательно. Все остальные островитяне — «канни», кому-то они отвечают утвердительно, а кому-то отрицательно. Те из них, кто отвечал утвердительно «баллам» — правши, а остальные — левши.