

Математический минимум

(каждая задача в этом блоке оценивается в 3 балла)

1. Решите примеры. Ответ должен быть дан либо в виде десятичной дроби, либо в виде нормальной несократимой дроби с выделенной целой частью.

a) $\frac{15}{72} + 0,36$

b) $\frac{3}{11} \cdot \left(\frac{5}{42} - \frac{3}{84}\right) : \frac{12}{11}$

c) $21 \frac{28}{40} : \left(\frac{15}{16} - \frac{16}{15}\right) - 3$

2. Проценты

a) 14% от числа X составляют 73,36. Найдите 25% от числа X.

b) Иван готовит тесто для блинчиков. Сначала Иван смешал в одной кастрюле 300 г муки и 150 г молока. В другой кастрюле получилась смесь из молока и муки массой 800 г, причем масса муки была в 3 раза меньше, чем молока. Затем Иван смешал содержимое обеих кастрюль. Какой процент от общей массы смеси составляет масса муки? Ответ дайте в виде целого числа (при необходимости округлите до целого числа).

3. Решите уравнения. В ответ впишите рациональное число. Если корней уравнения несколько, в ответ впишите наименьший. Если решений нет, в ответ впишите «-».

a) $\frac{2x-7}{3} = \frac{5x+4}{5}$

b) $\frac{0,2}{x+3} = \frac{0,7}{x-2}$

4. Решите уравнения. В ответ впишите рациональное число. Если корней уравнения несколько, в ответ впишите наименьший. Если решений нет, в ответ впишите «-».

a) $5x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $-x^2 + 4x - 5 = 0$

5. Упростите выражения. В ответе должно быть рациональное число.

a) $\frac{-9^{17} : 3^5}{(-3)^9 \cdot 9^2 \cdot 81^3}$

b) $\frac{13^{27} - 13^{28} + 6 \cdot 13^{26}}{5^2 \cdot 6 \cdot 169^{13}}$

Задачи по математике

(каждая задача в этом блоке оценивается в 5 баллов)

6. Плаваем по реке

Коля и Петя плывут по реке из пункта А в пункт Б и обратно 3 раза. Причем первую половину всего расстояния плывет Коля, а вторую — Петя. Скорость течения реки составляет 1 км/ч. На всю дорогу у ребят ушло 30 часов. Расстояние между пунктом А и пунктом Б — 24 км. Известно, что Коля потратил на дорогу меньше времени, чем Петя, хотя скорость в стоячей воде у них одинаковая. На сколько процентов Коля потратил меньше времени, чем Петя.

7. Фёдор и брат

Фёдор, говоря о своем возрасте и возрасте своего брата сказал: «Вместе нам 20 лет, а 4 года назад я был в 2 раза старше брата» Сколько лет Фёдору?

8. Аналитик и его задачи

Аналитик Олеся каждый день успевает сделать 4 задачи. Ночью количество оставшихся задач удваивается.

а) Сколько задач у Олеси в начале рабочего дня, если каждый день это количество одинаковое?

б) Сегодня у Олеси в начале рабочего дня было 6 задач. Через сколько целых рабочих дней Олеся сделает все свои задачи?

в) Сегодня у Олеси в начале рабочего дня было 11 задач. Через сколько целых рабочих дней Олеся сделает все свои задачи?

Задачи со звездочкой

(каждая задача в этом блоке оценивается в 5 баллов)

9. Дано произведение $S = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4 \cdot \dots \cdot 20!$ Игорь заметил, что $\frac{S}{x!}$ — квадрат некоторого натурального числа. Найдите x .

Справка: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$

10. В доме между любыми двумя комнатами имеется не более одной двери, и из каждой комнаты не более одной двери ведет в сад. Всего в доме 12 дверей. Какое наименьшее число комнат может быть в этом доме?

11. Есть два треугольника. 4 из 6 углов равны соответственно: 120° , 80° , 55° , 10° . Найдите наименьший угол остроугольного треугольника. В ответ запишите только число.

12. Старший делитель числа k — самый большой его натуральный делитель, за исключением k . Младший делитель числа k — самый маленький натуральный делитель, за исключением 1. Сколько натуральных k , для которых старший делитель в 25 раз больше младшего?

13. Девочка Мелиса по вторникам всегда говорит неправду, а в среду и пятницу — только правду. В остальные дни недели Мелиса может говорить как правду, так и неправду. Семь дней подряд Мелису спрашивали, как зовут ее сестру. Первые шесть ответов по порядку были: Катя, Галя, Аня, Аня, Ксюша, Галя. Как на самом деле зовут сестру Мелисы?

Качественные задачи

(Каждая задача в этом блоке оценивается в 15 баллов. Причем 10 баллов ставится за рассуждения, а 5 баллов — за английский язык. Если решение написано на русском языке, за английский язык ставится 0 баллов из 5. Разрешается писать на русском с включением слов на английском и наоборот)

14. Не слишком ли большие издержки?

При крупных строительствах (например, при строительстве микрорайона или самолета) часто встречается следующий случай. Строительство объекта стоит 15 у.е. (условных единиц). Ожидается, что он принесет выгоду в размере 20 у.е., но только если будет полностью достроен. Так как ожидаемая выгода больше издержек, объект решено строить. Стройка началась, какую-то часть уже построили, израсходовали 15 у.е., но стройка еще не завершена. Бухгалтер сообщает, что для окончания стройки необходимо понести дополнительные издержки в размере 6 у.е.

а) Решение за вами: **будете ли продолжать стройку или нет? Обоснуйте свой выбор.**

б) Этот пункт никак не зависит от ответа в пункте а). Предположим, что вы согласились потратить дополнительные 6 у.е. и продолжили стройку. Через месяц 6 у.е. снова израсходованы, а стройка не завершена. Бухгалтер приходит и снова сообщает, что для завершения стройки нужны еще 6 у.е. Решение снова принимать вам: **продолжаем стройку или прекращаем? Обоснуйте свой выбор. Объясните, на какой итерации (деньги закончились, бухгалтер просит еще 6 у.е., вы принимаете решение) правильно принять решение о прекращении стройки, если в первый раз вы согласились продолжать стройку.**

15. Такси большое и маленькое.

Рита ездит на такси в двух городах: маленьком М и большом Б. Она всегда пользуется одним и тем же сервисом такси и заметила, что в городе М на одну поездку она тратит примерно в 6 раз меньше, чем на одну поездку в городе Б. **Приведите не более трех причин такого расхождения в ценах.**

16. В России заработная плата как правило не почасовая, а с оплатой за месяц с условием работать не менее 40 часов в неделю. При этом обнаружена следующая зависимость: чем выше заработная плата работника, тем чаще и дольше работник задерживается на работе. Приведите не более 3 цепочек причинно-следственных связей, объясняющих такое поведение. Для получения максимального балла может быть достаточно привести и одну такую цепочку, но 1) максимально верную 2) максимально обоснованную.